УДК 621.37

АЛГОРИТМ ТРАЕКТОРНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ МНОГОПОЗИЦИОННОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ, УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТАМИ И ПОСАДКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Завьялов В.А., к.т.н. Король В.М., Максимов А.М., д.т.н. Петухов С.Г.

Предложен алгоритм траекторной обработки информации многопозиционных радиолокационных систем. Алгоритм повышает точность оценивания траекторных параметров летательных аппаратов и позволяет сократить объем вычислительных процедур на программно-аппаратную реализацию блока фильтрации. Алгоритм инвариантен к формату оцениваемых координат и учитывает тип, пространственно-конфигурационные параметры и уровень совместной обработки информации многопозиционной радиолокационной системы.

Многопозиционные радиолокационные системы (МПРЛС) объединяют в себе несколько передающих и приемных позиций, объединенных в единую радиолокационную систему на уровне обработки информации. Конечным результатом радиолокационного наблюдения МПРЛС является построение траекторий (трасс) целей. Если в каждом такте наблюдения МПРЛС формирует результирующий единичный замер вектора состояния цели, то МПРЛС заменяется «эквивалентной» однопозиционной РЛС с повышенной точностью единичных замеров. Траекторию цели можно построить также, как в однопозиционной РЛС [2, 3, 4, 5]. Повышенная точность единичных замеров МПРЛС обеспечивает более высокую точность построения траекторий.

Совместную обработку информации при построении траекторий можно разбить на три этапа [6]. На первом этапе поступающие от разнесенных ячеек МПРЛС (однопозиционные и бистатические РЛС) данные – единичные замеры или оценки параметров траекторий преобразуются в единую для МПРЛС систему координат [6]. На втором этапе преобразованные результаты измерений отождествляются между собой и с построенным ранее траекториями, то есть определяется принадлежность поступивших данных тем или иным целям или уже имеющимся траекториям [6]. Неотождествленные данные могут использоваться для завязки новых траекторий. На третьем этапе осуществляется построение траекторий, то есть оценка их параметров [6]. Вид алгоритма и устройства траекторной обработки зависит от назначения МПРЛС, состава радиолокационных средств, их характеристик, уровня совместной обработки информации и производительности вычислительных средств.

Применение в МПРЛС наблюдения, управления полетами и посадки ЛА новых высокопроизводительных алгоритмов методов и устройств траекторной обработки позволит увеличить точность оценивания траекторных параметров ЛА в любой момент времени, что, в свою очередь, повысит безопасность полетов в аэродромной зоне, при заходе на посадку и посадке ЛА.

При реализации алгоритмов оптимальной фильтрации траекторной информации МПРЛС применяются фильтры Калмана [3]. При этом нелинейными будут являться как уравнение, описывающее закон изменения вектора состояния, так и уравнение динамики системы.

Представим уравнения динамики системы и наблюдения в виде формул:

$$X(t_{i+1}) = f[X(t_i)] + U(t_i) + W(t_i), \tag{1}$$

где t_i – момент дискретного времени,

$X(t_i)$ – k-мерный вектор состояния динамической системы,

$U(t_i)$ – k-мерный вектор детерминированного управления,

$f[X(t_i)]$ – нелинейное уравнение, описывающее динамику системы,

$W(t_i)$ – k-мерный вектор порождающего шума системы с $E[W(t_i)] = \bar{W}(t_i)$, $E[W(t_i)W^T(j)] = Q(t_i) \cdot \delta_{i,j}$, $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера;

$$Z(t_i) = h[X(t_i)] + \omega(t_i), \tag{2}$$

где t_i – момент дискретного времени,

$Z(t_i)$ – m-мерный вектор измерения,

h – нелинейное преобразование вектора состояния в вектор измерения,

$\omega(t_i)$ – вектор ошибки измерения с $E[\omega(t_i)] = 0$, $E[\omega(t_i)\omega^T(j)] = R'(t_i) = \mathrm{diag}\left(\sigma^2_{D_{\Sigma 1}}, \sigma^2_{D_{\Sigma 2}}, \dots, \sigma^2_{D_{\Sigma N \times L}}\right)$,

$R(t_i) = \mathrm{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma^2_{N \times L})$ – ковариационная матрица погрешностей измерения.

Законы распределения $W(t_i)$ и $\omega(t_i)$ предполагаются нормальными. Шумы $W(t_i)$ и $\omega(t_i)$ являются некоррелированными между собой.

Тогда алгоритм фильтрации траекторной информации МПРЛС представляет систему матричных рекуррентных разностных уравнений (3)-(9):

$$\bar{X}(t_{i+1}) = f\left[\hat{X}(t_i)\right] + U(t_i) + \bar{W}(t_i); \tag{3}$$

$$\hat{X}(t_i) = \bar{X}(t_i) + K'(t_i) \cdot \nu(t_i); \tag{4}$$

$$\nu(t_i) = Z(t_i) - h[\bar{X}(t_i)]; \tag{5}$$

$$M(t_{i+1}) = \left(\frac{\partial f(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)^T + Q(t_i); \tag{6}$$

$$D(t_i) = \left[\left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right) M(t_i) \left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)^T + R'(t_i)\right]; \tag{7}$$

$$K'(t_i) = M(t_i) \left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)^T D^{-1}(t_i); \tag{8}$$

$$P(t_i) = \left[I - K'(t_i)\left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\Big|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)\right] M(t_i), \tag{9}$$

где $\bar{X}(t_i)$ – априорная оценка,

$\hat{X}(t_i)$ – апостериорная оценка,

$M(t_i)$ и $P(t_i)$ – ковариационные матрицы априорной и апостериорной ошибки оценивания соответственно,

$\nu(t_i)$ – невязка (обновляемая последовательность),

$D(t_i)$ – ковариационная матрица ошибок невязки,

I – единичная матрица,

$K'(t_i)$ – матричный коэффициент усиления,

h – нелинейное преобразование вектора состояния в вектор измерения,

$\frac{h(X)}{\partial X}\Big|_{X=\bar{X}(t_i)}$ – матрица частных производных (Якобиан) нелинейного преобразования h.

Существующие алгоритмы, основанные на фильтре Калмана, позволяют реализовать траекторную обработку информации в МПРЛС при условии однородности элементов вектора измерения (вектора первичных измерений) $Z(t_i)$ в единой для всех ячеек МПРЛС системе координат. Однако такие алгоритмы не позволят реализовать траекторную обработку информации, когда на вход фильтра поступает разнородная измерительная информация (набор первичных параметров, измеряемых ячейками МПРЛС) в различных системах координат. Также недостатком таких алгоритмов является прямая зависимость размеров матрицы коэффициентов усиления фильтра и объема вычислений, связанных с ней, от размера вектора измерения, что потребует дополнительных вычислительных и программных мощностей для практической реализации блока фильтрации.

Рассмотрим более общий подход к формированию оптимальных фильтров предназначенных для решения задач траекторной обработки информации в многопозиционных радиолокационных системах.

Введем m-мерный вектор α, определяемый выражением

$$\alpha(t_i) = h[X(t_i)]. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (2), получим

$$Z(t_i) = \alpha(t_i) + \omega(t_i). \tag{11}$$

Невязка (ОП)

$$\nu_\alpha(t_i) = Z(t_i) - h[\bar{X}(t_i)]. \tag{12}$$

Ковариационная матрица ОП

$$D_\alpha(t_i) = \left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\Big|_{X=\bar{X}(t_i)}\right) M(t_i) \left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\Big|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)^T + R'(t_i). \tag{13}$$

С учетом (8) имеем

$$K'(t_i) = M(t_i)\left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\Big|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)^T D_\alpha^{-1}(t_i). \tag{14}$$

Уравнение апостериорной оценки с учетом (4) примет форму

$$\hat{X}(t_i) = \bar{X}(t_i) + K'(t_i) \cdot \nu_\alpha(t_i). \quad (15)$$

Введем также вектор γ размерности $\leq m$, связанный с вектором $X(t_i)$ соотношением

$$\gamma(t_i) = HX(t_i), \quad (16)$$

где $H = const$ – матрица преобразования вектора состояния ЛА в вектор состояния, однозначно связанный с вектором измерения.

В состав вектора γ включены параметры вектора состояния ЛА $X(t_i)$, обладающие следующими свойствами:

- компоненты вектора γ могут быть получены путем преобразования, проделанного над вектором α;
- динамическая система (3) является наблюдаемой при нахождении значений компонент вектора γ.

Векторы α и γ свяжем функциональной зависимостью

$$\alpha(t_i) = \beta[\gamma(t_i)]. \quad (17)$$

Дифференцируя (17) получим

$$d\alpha(t_i) = \frac{\partial\beta[\gamma(t_i)]}{\partial\gamma(t_i)} d\gamma(t_i). \quad (18)$$

Обозначив Якобиан $J_\beta(t_i) = \frac{\partial\beta[\gamma(t_i)]}{\partial\gamma(t_i)}$ и переходя к приращениям имеем

$$\Delta\alpha(t_i) = J_\beta(t_i)\Delta\gamma(t_i). \quad (19)$$

Выражение (19) дает возможность преобразования (20) невязок из пространства состояний динамической системы ($\nu_\beta(t_i)$) в пространство наблюдений ($\nu_\alpha(t_i)$).

$$\nu_\alpha(t_i) = J_\beta(t_i)\nu_\gamma(t_i). \quad (20)$$

Исходя из (12) получаем

$$Z(t_i) - h[\bar{X}(t_i)] = J_\beta(t_i)\nu_\gamma(t_i). \quad (21)$$

В случае существования матрицы Мура-Пенроуза [1] $J_\beta^+(t_i)$, псевдообратной к $J_\beta(t_i)$, обратное преобразование запишется в виде

$$\nu_\gamma(t_i) = J_\beta^+(t_i)\nu_\alpha(t_i). \quad (22)$$

Из выражения (22) следует формула для преобразования ковариационной матрицы невязки в пространстве состояний

$$D_\gamma(t_i) = J_\beta^+(t_i)D_\alpha(t_i)\left[J_\beta^+(t_i)\right]^T. \quad (23)$$

Подставляя (16) в (17), получаем

$$\alpha(t_i) = \beta[HX(t_i)]. \quad (24)$$

С учетом (10) получим

$$\beta[HX(t_i)] = h[X(t_i)]. \quad (25)$$

Дифференцируя по X соотношение (25), получим

$$\frac{\partial h(X)}{\partial X} = \frac{\partial \beta(HX)}{\partial (HX)} \cdot \frac{\partial (HX)}{\partial X} = \frac{\partial \beta(\gamma)}{\partial \gamma} h. \quad (26)$$

Подставляя (26) в уравнение (14) получаем

$$\begin{aligned} K'(t_i) &= M(t_i) \left(\left. \frac{\partial \beta(\gamma)}{\partial \gamma} \right|_{\gamma = H\bar{X}(t_i)} H \right)^T \cdot D_\alpha^{-1}(t_i) = \\ &= M(t_i) \left(J_\beta(t_i) \big|_{\gamma = H\bar{X}(t_i)} H \right)^T \cdot D_\alpha^{-1}(t_i). \end{aligned} \quad (27)$$

Преобразование выражения (27) с учетом (23) дает

$$\begin{aligned} K'(t_i) &= M(t_i) \left(J_\beta(t_i) \big|_{\gamma = H\bar{X}(t_i)} H \right)^T \times \\ &\times \left(J_\beta(t_i) \big|_{\gamma = H\bar{X}(t_i)} D_\gamma(t_i) J_\beta^T(t_i) \big|_{\gamma = H\bar{X}(t_i)} \right)^{-1} = \\ &= M(t_i) H^T D_\gamma^{-1}(t_i) J_\beta^{+}(t_i) \big|_{\gamma = H\bar{X}(t_i)}. \end{aligned} \quad (28)$$

Введем матрицу коэффициентов усиления фильтра $K(t_i)$, такую, что

$$K(t_i) = M(t_i) H^T D_\gamma^{-1}(t_i). \quad (29)$$

Величины $K(t_i)$ и $K'(t_i)$ будут связаны между собой соотношением

$$K'(t_i) = K(t_i) J_\beta^{+}(t_i). \quad (30)$$

Исходя из выражений (15) и (30) получаем уравнение для вычисления апостериорной оценки вектора состояния

$$\hat{X}(t_i) = \bar{X}(t_i) + K(t_i) J_\beta^{+}(t_i) \nu_\gamma(t_i) = \bar{X}(t_i) + K(t_i) \nu_\gamma(t_i). \quad (31)$$

Уравнение ковариационной матрицы апостериорной оценки с учетом (30)

$$P(t_i) = [I - K(t_i) H] M(t_i). \quad (32)$$

После всех преобразований получаем итоговую систему матричных рекуррентных уравнений (33)-(41):

$$\bar{X}(t_{i+1}) = f\big[\hat{X}(t_i)\big] + U(t_i) + \bar{W}(t_i); \quad (33)$$

$$\nu_\alpha(t_i) = Z(t_i) - h[\bar{X}(t_i)]; \quad (34)$$

$$\nu_\gamma(t_i) = J_\beta^+(t_i)\nu_\alpha(t_i); \tag{35}$$

$$\hat{X}(t_i) = \bar{X}(t_i) + K(t_i)\nu_\gamma(t_i); \tag{36}$$

$$D_\alpha(t_i) = \left[\left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right) M(t_i) \left(\frac{\partial h(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)^T + R'(t_i)\right]; \tag{37}$$

$$D_\gamma(t_i) = J_\beta^+(t_i) D_\alpha(t_i) \left[J_\beta^+(t_i)\right]^T; \tag{38}$$

$$K(t_i) = M(t_i) H^T D_\gamma^{-1}(t_i); \tag{39}$$

$$M(t_{i+1}) = \left(\frac{\partial f(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right) P(t_i) \left(\frac{\partial f(X)}{\partial X}\bigg|_{X=\bar{X}(t_i)}\right)^T + Q(t_i); \tag{40}$$

$$P(t_i) = [I - K(t_i)H]M(t_i). \tag{41}$$

При этом величины $\nu_\gamma(t_i)$ и $D_\gamma(t_i)$ определяются на каждом шаге работы алгоритма.

Для линейной модели динамики системы выражения (33) и (40) запишутся как выражения (42) и (43) соответственно:

$$\bar{X}(t_{i+1}) = \Phi \cdot \hat{X}(t_i) + U(t_i) + \bar{W}(t_i), \tag{42}$$

$$M(t_{i+1}) = \Phi \cdot P(t_i) \cdot \Phi^T + Q(t_i). \tag{43}$$

Таким образом, получен инвариантный высокопроизводительный линеаризованный алгоритм оптимальной фильтрации траекторной информации МПРЛС, повышающий точность оценивания траекторных параметров ЛА и позволяющий сократить объем вычислительных процедур на программно-аппаратную реализацию блока фильтрации. Алгоритм основан на нелинейных преобразованиях невязок векторов измерения МПРЛС и состояния ЛА и позволяет осуществлять траекторную обработку, как в случае однородной первичной измерительной информации в единой системе координат, так и в случае разнородной первичной измерительной информации в различных системах координат.

Литература

1 *Беклемишев Д.В.* Дополнительные главы линейной алгебры. – М.: Наука, 1983. – 336 с.

2 *Жданюк Б.Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 324 с.

3 *Коновалов А.А.* Основы траекторной обработки радиолокационной информации: в 2 ч. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. – Ч.2. – 180 с.

4 *Кузьмин С.З.* Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Сов. радио, 1974.

5 *Малькович С.Е.*, *Хомяков Э.Н.* Статистическая теория измерительных радиосистем. – М.: Радио и связь, 1981. – 288 с.

6 *Черняк В.С.* Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.