

УДК 621.37

## ОЦЕНКА СКОРОСТИ ЛИНЕЙНОГО ДРЕЙФА ЧАСТОТЫ СИГНАЛА КВАНТОВОГО СТАНДАРТА В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ

к.т.н. Карелин В.А., Батура А.С., Смелчаков А.С.

*Предложен и обоснован способ оценки скорости линейного дрейфа частоты сигнала квантового стандарта (КСЧ) на основе изменения разности фаз комплексных цифровых сигналов сформированных в двух каналах – канале основной частоты и в канале поделенной частоты.*

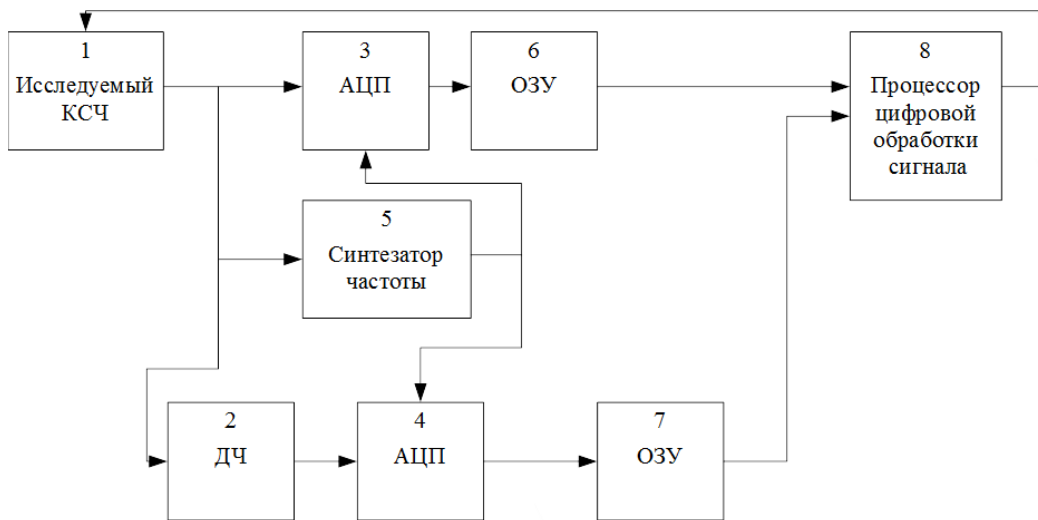
### Введение

Известно, что ряду квантовых стандартов частоты (например, рубидиевым и водородным) присущ дрейф частоты во времени, обусловленный изменением распределения рабочего вещества внутри атомных дискриминаторов (АД), процессами старения, связанными с поглощением этого вещества стенками этих приборов и другими взаимосвязанными процессами. Данные процессы носят долговременный характер, проявляются при длительном времени работы стандарта и с достаточной точностью аппроксимируются линейной временной зависимостью [1,2,3,4]. Значение линейного дрейфа в относительных единицах в первые месяцы работы КСЧ-РГЯ (квантовый стандарт частоты на рубидиевой газовой ячейке) составляет  $1-3 \cdot 10^{-11}$ , после года работы прибора –  $1-5 \cdot 10^{-12}$  [2].

Для решения проблем погрешностей частоты и шкалы времени квантовых стандартов частоты и времени, в настоящее время применяют устройство компенсации дрейфа частоты, выполненное в виде микроконтроллера с функцией периодической коррекции частоты КСЧ в соответствии с прогнозируемым, как правило, постоянным или уменьшающимся со временем дрейфом его частоты [2]. Таким образом, осуществляется лишь частичная компенсация этого дрейфа. Недостатком такого метода являются большие погрешности частоты и формируемой шкалы времени, обусловленные неточностью априорных параметров модели систематического дрейфа частоты КСЧ. Поэтому актуальна задача непрерывной оценки дрейфа с целью использования его в алгоритме управления шкалой времени, формируемой КСЧ в процессе длительного автономного функционирования. Решение этой задачи возможно с помощью цифрового двухканального фазового компаратора, алгоритм работы которого представлен в [5, 6].

### 1 Оценка скорости дрейфа частоты без опорного сигнала

Способ оценки значения дрейфа частоты покажем на основе структурной схемы устройства на рисунке 1, которая отличается от схемы в [6] отсутствием генератора опорного сигнала.



1 – генератор; 2 – делитель частоты; 3,4 – аналого-цифровые преобразователи; 5 – синтезатор частоты; 6,7 – оперативные запоминающие устройства; 8 – процессор цифровой обработки сигнала.

Рисунок 1 – Структурная схема устройства оценки дрейфа частоты сигнала

Генератор 1 формирует на своем выходе гармонический сигнал, модель, учитывающая линейное изменение частоты, которого представляется в виде

$$u(t) = A \sin(2\pi(f_0 + \alpha \cdot t)t), \quad (1)$$

где  $f_0$  – номинальное значение частоты измеряемого сигнала, измеренное на момент начала его автономной работы;

$\alpha$  – коэффициент дрейфа частоты (Гц/с), который подлежит оценке с целью формирования управляющего параметра для схемы управления КСЧ.

Сигнал с выхода исследуемого генератора 1 поступает на делитель частоты 2, который формирует на своем выходе, а, следовательно, и на сигнальном входе второго АЦП 4, сигнал

$$u_0^*(t) = A_0 \sin(2\pi(f_0 + \alpha \cdot t)t/(2j + 1)), j = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Сигналы  $u(t)$  и  $u_0^*(t)$  синхронно подвергаются квантованию по уровню, соответственно, в первом АЦП 3 и втором АЦП 4 с интервалом временной дискретизации  $t_s$ , длительность которого задается синхроимпульсами с выхода синтезатора 5 частоты сигнала квантования.

Синтезатор 5 частоты сигнала квантования синхронизируется с выхода генератора 1 и вырабатывает сигнал  $u_s(t)$

$$u_s(t) = A_s \sin(2\pi \frac{4i}{2j+1} (f_0 + \alpha \cdot t)t), i = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Пусть импульсы сигнала квантования формируются в моменты перехода сигнала (3) через нулевой уровень с положительной производной. Тогда моменты  $t_k$  выборок в первом АЦП 3 и втором АЦП 4 можно определить из уравнения

$$2\pi \frac{4i}{2j+1} (f_0 + \alpha \cdot t_k) t_k = 2\pi k,$$

где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  текущий номер выборки.

Следовательно, для определения  $t_k$  можно использовать квадратное уравнение

$$\alpha t_k^2 + f_0 t_k - \frac{(2j+1)k}{4i} = 0, \quad (4)$$

решение которого, с учетом  $t_k \geq 0$ , дает

$$t_k = -\frac{f_0}{2\alpha} + \sqrt{\left(\frac{f_0^2}{4\alpha^2} + \frac{(2j+1)k}{i\alpha}\right)} = \frac{f_0}{2\alpha} \left(\sqrt{\left(1 + \frac{\alpha^2(2j+1)k}{if_0^2}\right)} - 1\right). \quad (5)$$

Так как, для достаточно большого числа  $k$  величина

$$x^2 = \frac{16\alpha^2(2j+1)^2 k^2}{i^2 f_0^4} \ll 1, \quad (6)$$

то радикал в (5) может быть разложен в ряд [7]

$$\sqrt{(1+x)} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1 \times 1}{2 \times 4}x^2 + \frac{1 \times 1 \times 3}{2 \times 4 \times 6}x^3 \pm \dots \quad (7)$$

Учитывая (6), достаточно ограничиться линейным приближением в (7). Поэтому окончательно получим

$$t_k = (2j+1)k/4if_0. \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что в первом приближении изменением длительности интервала квантования из-за линейного дрейфа частоты можно пренебречь.

Формулы для цифровых выборок в каналах основного сигнала и сигнала деленной частоты, запоминаемых в запоминающих устройствах 6 и 7, можно записать, если в (1) и (2) вместо непрерывного времени  $t$  подставить дискретные моменты времени  $t_k$  из (8):

$$u(k) = A \sin\left(k\pi \frac{j}{2i} + \frac{\pi}{2i}k + \pi\alpha(2j+1)^2 k^2 / (8i^2 f_0^2)\right), \quad (9)$$

$$u_0^*(k) = A_0 \sin\left(\frac{\pi}{2i}k + \pi\alpha(2j+1)k^2 / (8i^2 f_0^2)\right). \quad (10)$$

Существующие ограничения выбора значений  $j$  и  $i$  позволяют выбрать  $\frac{j}{2i} = 2, 4, 6, \dots$  – целое четное число (например,  $i = 2, j = 8$ ). В этом случае выражение (9) может быть переписано в виде

$$u(k) = A \sin\left(\frac{\pi}{2i}k + \pi\alpha(2j+1)^2 k^2 / (8i^2 f_0^2)\right). \quad (11)$$

Сравнение (10) и (11) показывает, что в запоминающих устройствах 6 и 7 происходит накопление цифровых выборок сигналов с одинаковой относительной центральной частотой  $\omega_0 = 2\pi f_0 / f_s = \pi / 2i$  (см. рисунок 3, а). Разница заключается в том, что в основном канале, в первом запоминающем устройстве 6, накопление выборок является результатом стробоскопического эффекта (см. рисунок 2, рисунок 3, б), а в канале сигнала деленной частоты, во втором запоминающем устройстве 7, – результатом непосредственного квантования сигнала деленной на коэффициент  $(2j+1)$  частоты с выхода делителя 2 частоты (см. рисунок 3, в).

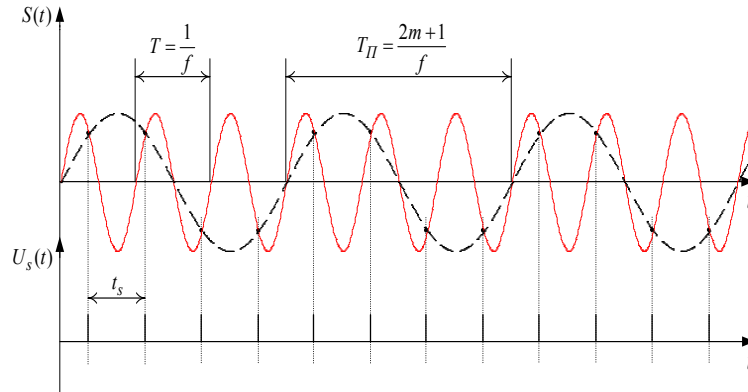


Рисунок 2 – Стробоскопическое (цифровое) преобразование частоты при квантовании

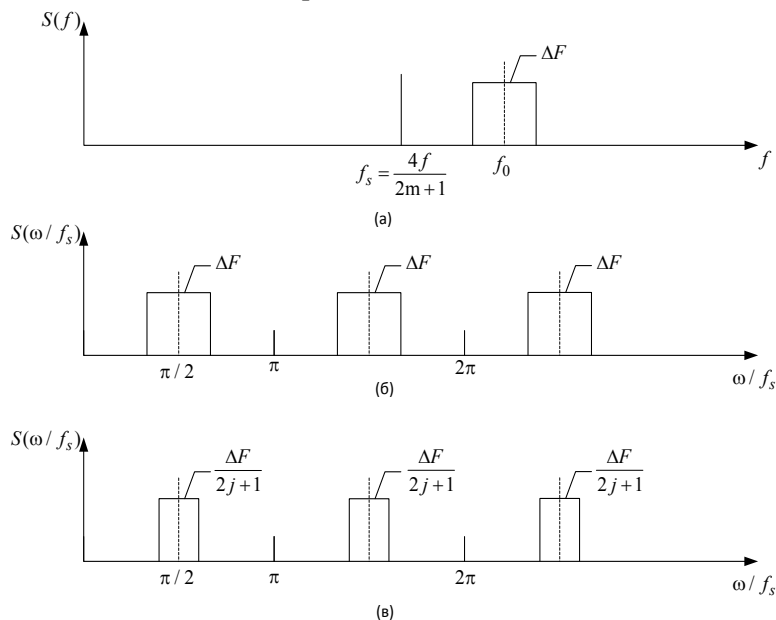


Рисунок 3 – Преобразование спектра (а) сигнала:  
(б) – в основном канале, (в) – канале деленной частоты

При этом вторые слагаемые под знаком тригонометрических функций в (10) и (11) обусловлены наличием дрейфа частоты сигнала со скоростью  $\alpha$ . Цифровые сигналы  $u(k)$  с выхода первого запоминающего устройства 6 и  $u_0^*(k)$  с выхода второго запоминающего устройства 8 поступают на первый и второй входы процессора 8 цифровой обработки сигналов соответственно.

Процессор 8 цифровой обработки сигнала осуществляет формирование квадратурных составляющих комплексных сигналов. В основном канале это –  $U_s(k), U_c(k)$ , а в канале деленной частоты –  $U_0(k), U_0(k)$ . Такое формирование производится, например, путем умножения выборок  $u(k)$ ,

$u_0^*(k)$  на значения  $\sin(\frac{\pi}{2i}k)$  и  $\cos(\frac{\pi}{2i}k)$  с последующей цифровой низкочастотной фильтрацией, то есть:

$$U_s(k) = u(k) \cos(\frac{\pi}{2i}k) = \frac{1}{2}A \sin(\pi\alpha(2j+1)^2k^2/(8i^2f_0^2)),$$

$$U_c(k) = u(k) \sin(\frac{\pi}{2i}k) = \frac{1}{2}A \cos(\pi\alpha(2j+1)^2k^2/(8i^2f_0^2)),$$

$$U_{0s}(k) = u_0^*(k) \cos(\frac{\pi}{2i}k) = \frac{1}{2}A_0 \sin(\pi\alpha(2j+1)k^2/(8i^2f_0^2)),$$

$$U_{0c}(k) = u_0^*(k) \sin(\frac{\pi}{2i}k) = \frac{1}{2}A_0 \cos(\pi\alpha(2j+1)k^2/(8i^2f_0^2)).$$

Определение фаз сигнала основного канала  $\theta(k)$  и канала сигнала деленной частоты  $\theta_0(k)$  как аргументов комплексных чисел осуществляется в соответствии с выражениями:

$$\theta(k) = \text{tg}^{-1}(U_s(k)/U_c(k)) = \pi\alpha(2j+1)^2k^2/(8i^2f_0^2),$$

$$\theta_0(k) = \text{tg}^{-1}(U_{0s}(k)/U_{0c}(k)) = \pi\alpha(2j+1)k^2/(8i^2f_0^2).$$

Далее производится вычисление разности фаз  $\Delta\varphi(k)$  сигналов основного канала и канала деленной частоты, то есть:

$$\Delta\varphi(k) = \theta(k) - \theta_0(k) = \pi\alpha(2j+1)jk^2/(4i^2f_0^2). \quad (12)$$

Из (12) получим оценку коэффициента дрейфа частоты

$$\alpha = 4i^2f_0^2\Delta\varphi(k)/\pi(2j+1)jk^2. \quad (13)$$

Оценим требуемый объем выборки  $k_{\min}$ , необходимый для измерения коэффициента дрейфа частоты КСЧ РГЯ (номинальная частота сигнала 5МГц) с  $\alpha \cong 6 \cdot 10^{-11}$  Гц/с с помощью фазового компаратора с разрешающей способностью  $\Delta\varphi_{\min} = 5 \text{ рад}$  при  $i = 2$ ,  $j = 8$ . Из (13) получим  $k_{\min} \approx 6 \cdot 10^8$  длительности периода квантующего сигнала, время наблюдения составит 2600 с.

### Заключение

Предлагаемый способ реализует оценку дрейфа частоты формируемого сигнала в реальном масштабе времени при его автономной работе и позволяет провести оперативную компенсацию изменения частоты и коррекцию формируемой шкалы времени.

### Литература

1 *Пихтелев А.И., Ульянов А.А., Фатеев Б.П. и др.* Стандарты частоты и времени на основе квантовых генераторов и дискриминаторов. – М.: Сов. радио, 1978.

2 *Воронцов В.Г., Горев В.С., Логачев В.А., Чернов Г.М.* Квантовый стандарт частоты и времени. Свидетельство на полезную модель №70727, опубл. 10.02.2008, бюл. №10.

3 *Демидов Н.А., Логачев В.А., Воронцов В.Г., Козлов С.А.* Водородные стандарты частоты и времени: современное состояние и перспективы развития. // Труды Института прикладной астрономии РАН, вып. 13, 2005. – С. 61-69.

4 *Matsakis D., P.Koppang, R.Carvey*. The long-term stability of the US Naval Observatory's masers. Proc. of the 36-th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, 2004. – P.1-11.

5 *Карелин В.А.* Способ измерения частоты гармонического сигнала и устройство для его осуществления. Патент РФ № 2591742, опубл. 20.07.16, бюл. № 20. – 16 с.

6 *Карелин В.А., Смельчаков А.С.* Метод оценки фазовой стабильности прецизионных генераторов на основе двухканальной обработки цифрового комплексного сигнала // Труды Института прикладной астрономии РАН, вып. 44, 2018. – С. 63-68.

7 *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1973.